

Estimación de la confiabilidad en una empresa de servicios

Reliability assessment in a services enterprise

Gerardo Espinosa Escalona
SEPI-UPIICSA. Instituto Politécnico Nacional
gespinosa_e@hotmail.com

Recibido 6 de julio, 2015

Aceptado 19 de octubre, 2015

Resumen

En este artículo se presenta una revisión del análisis de confiabilidad así como de los modelos paramétricos importantes empleados para la determinación de la función de confiabilidad y hazard. La estimación de los parámetros es obtenida con el método de máxima verosimilitud. Se utiliza el criterio de información Akaike para comparar los modelos y se presenta una aplicación del análisis de confiabilidad a una empresa proveedora de internet, en la cual se estiman las funciones de confiabilidad y hazard con datos censurados tipo I, los que corresponden a los tiempos de fallas en las conexiones de los clientes generadas de junio 2012 a diciembre 2014.

Palabras clave: Función de confiabilidad, función de hazard, datos censurados, máxima verosimilitud.

Abstract

In this article a review of the reliability analysis as well as the important parametric models used for determining the reliability and hazard functions is presented. The parameter estimation is obtained with maximum likelihood. The Akaike information criterion is used to compare models. Finally, an application of reliability analysis to an Internet service provider is presented, in which, the reliability and hazard functions are estimated with type I censored data, which correspond to the failure times in the costumer connections recorded from June 2012 to December 2014.

Keywords: Reliability function, hazard function, censored data, maximum likelihood.

Introducción

La confiabilidad de un sistema está íntimamente ligada a su calidad y en muchos casos es un requerimiento para evitar poner en riesgo sus recursos. Los modelos de confiabilidad proveen la capacidad de: interpretar requisitos, predecir la confiabilidad de unidades en el sistema, identificar los puntos de mejora en el sistema, determinar estrategias de rentabilidad y mantenimiento.

Los trabajos que muestran la relevancia que ha tomado el papel de la confiabilidad dentro de los distintos sectores económicos son muy variados. Por ejemplo, en el sector primario, la aplicación de la confiabilidad ha ofrecido escenarios que permiten rediseñar los planes de excavación como lo es el caso de estudio de una máquina rozadora elaborado por Hoseinie *et al.*, (2013). Respecto al sector industrial, los estudios de confiabilidad en la industria energética incluyen la comparación de alternativas de generación eléctrica, la seguridad en centrales nucleares y la supervivencia de interruptores de potencia en las investigaciones desarrolladas por Torres Valle *et al.*, (2010) y Gondres Torné *et al.*, (2013) respectivamente. También han surgido técnicas de confiabilidad estructural, empleadas en la industria de la construcción como se puede ver en los trabajos de Breccolotti & Materazzi (2010) y M. J. & T.C. (2012). La industria electrónica también se ha visto beneficiada, por ejemplo, por las investigaciones realizadas por Upadhyay & Johri en 2013 y Jung *et al.*, (2014), que van desde la reducción de tamaño, número de componentes y resistencia de circuitos integrados hasta la evaluación de la confiabilidad de software. En la industria automotriz, los trabajos de Zhou *et al.*, (2012) y He *et al.*, (2014) son otros ejemplos de la aplicación de confiabilidad en la evaluación de los sistemas de los automóviles y la reducción de costos por garantía.

La confiabilidad en la industria en general es un tema crítico para poder mantener un alto nivel de seguridad y lograr una minimización de costos en sus sistemas, sin embargo, también se ha convertido en un punto crucial para el sector de servicios en cuestión de calidad. Por mencionar algunos ejemplos de aplicación de la confiabilidad en el sector económico tenemos los trabajos de Berman *et al.*, (2003), quienes determinaron la ubicación de estaciones de servicio; por su parte Voronova (2011) llevó a cabo la evaluación de instituciones; Machado Quevedo *et al.*, (2012) realizaron el desarrollo de estrategias para la venta de servicios, Yifeng & Rube (2013)

llevaron a cabo una distribución y administración de alimentos, mientras que Ravi Sekhar *et al.*, (2013) y Van Oort (2014), realizaron la mejora de los servicios de transporte.

Respecto a las aplicaciones de confiabilidad en empresas que prestan servicios de internet se han realizado pocos trabajos, de los que podemos citar a Kalyanakrishnan *et al.*, (1999) y Shi *et al.*, (2012) quienes proponen metodologías para analizar sitios web y redes computacionales.

La confiabilidad de una red de internet es la probabilidad de que esa red funcione o desarrolle una cierta función, bajo condiciones fijadas y durante un periodo de tiempo determinado. La disponibilidad de una red normalmente se usa como una medida de la confiabilidad y representa el tiempo durante el cual las conexiones se podrían dejar desatendidas sin que éstas fallen.

Pese a la amplia gama de trabajos de aplicación existentes, uno de los principales problemas a los que se enfrenta la confiabilidad es la determinación de los modelos que presentan las distribuciones de los tiempos de vida o de funcionamiento de la unidad experimental. En este artículo se realiza una aplicación del estudio de confiabilidad a un proveedor de servicios de internet para determinar las funciones de confiabilidad y de riesgo que describen el comportamiento de las fallas en su red.

Análisis de confiabilidad

En esta y en las siguientes dos secciones se mostrarán las fórmulas y principales resultados que serán utilizados en el desarrollo de la investigación.

Sea T la variable aleatoria que se refiere al tiempo de vida del objeto de observación. Entonces se establece que todas las funciones, a menos que se indique lo contrario, se definen en el intervalo $[0, \infty)$. Bajo esta premisa, se considera a T una variable aleatoria no negativa que representa el tiempo de funcionamiento de un sistema, tiempo de fallas de algún componente, etcétera.

Función de densidad de probabilidad (f.d.p.). Si T es una variable aleatoria continua, entonces la f.d.p. de T es una función $f_T(t)$ no negativa, y para dos números cualesquiera, a y b , con $a \leq b$

$$P(a \leq T \leq b) = \int_a^b f_T(t) dt. \quad (1)$$

Cuando $a \rightarrow -\infty$ y $b \rightarrow \infty$, la integral vale 1.

Función de distribución acumulada (f.d.a.). La f.d.a. o simplemente función de distribución $F(t)$ de una variable aleatoria T se define como:

$$F(t) = P(T \leq t). \quad (2)$$

$F(t)$ es una función continua, no negativa y monótona no decreciente en todos los reales, tal que $F(t) \xrightarrow{t \rightarrow -\infty} 0$ y $F(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 1$.

En el caso continuo, sea $f(t)$ la f.d.p. de T , entonces su f.d.a. estará dada por

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(x)dx. \quad (3)$$

Función de confiabilidad

El grupo de interés de esta función son los objetos, unidades o elementos que mantienen su correcto funcionamiento más tiempo de lo esperado o después de una fecha específica (Hoagland, 2008). El análisis estadístico del resultado arrojado por la función permite comparar y contrastar los sobrevivientes y no sobrevivientes en un conjunto.

La probabilidad de un buen funcionamiento o de sobrevivencia, por un tiempo mayor que t , del objeto de estudio está dada por (Kalbfleisch & Prentice, 1980):

$$S(t) = P(T > t), \quad (4)$$

es decir,

$$S(t) = 1 - F(t). \quad (5)$$

La función de confiabilidad tiene las siguientes propiedades:

- $S(t)$ es una función continua monótona no creciente.
- $S(0) = 1$.
- $S(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0$.

Función de hazard

La función de hazard o riesgo, puede aumentar, disminuir o ser constante en el tiempo con respecto a la función de confiabilidad (Hoagland, 2008) y se utiliza para expresar porcentualmente el riesgo o tasa de fallo (condicional) de una unidad en un instante de tiempo t (Solano Hurtado, 2008), un valor elevado de la función de riesgo implica que la probabilidad de fallo es menor conforme transcurre el tiempo.

La función de riesgo $h(t)$ se define como la tasa instantánea de muerte o falla en el tiempo t , es decir, la probabilidad de que el elemento de estudio dure un tiempo Δt dado que ha funcionado un tiempo t :

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}. \quad (6)$$

Modelos importantes

Si se asume que la variable aleatoria T , que cuantifica el tiempo desde el origen hasta un evento, sigue una distribución determinada, se pueden cuantificar las probabilidades de sobrevivir a un determinado tiempo t . La distribución exponencial, Weibull y gamma son algunos de los modelos univariados más comunes que tienen una utilidad amplia en diferentes situaciones.

Distribución exponencial

El modelo más simple de análisis de supervivencia es el modelo exponencial. Sea T una variable aleatoria (*v.a.*) que representa el tiempo de vida de un componente. Se dice que T tiene distribución exponencial con parámetro $\lambda > 0$ (y se denota $T \sim \exp(\lambda)$), si su función de densidad está dada por (García Conde, 2013):

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \quad (7)$$

donde λ es un parámetro de escala y $E(T) = 1/\lambda$ y $V(T) = 1/\lambda^2$. La función de confiabilidad correspondiente es

$$S(t) = e^{-\lambda t}. \quad (8)$$

Así, su función de hazard es constante:

$$h(t) = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda, \quad (9)$$

lo que asume que la tasa de peligro es constante.

Distribución Weibull

El modelo Weibull añade un parámetro de forma al modelo exponencial para que la función de riesgo no sea constante (Pérez-Hoyos, 1997). Se dice que una *v.a.* continua no negativa T tiene distribución Weibull con parámetros $\alpha > 0$ (parámetro de forma) y $\beta > 0$ (parámetro de escala) y se denota $T \sim \text{Weibull}(\alpha, \beta)$ si su función de densidad está dada por (Bautista Espinosa, 2011):

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}. \quad (10)$$

Entonces

$$E(T) = \beta\Gamma(1 + 1/\alpha) \text{ y } V(T) = \beta^2[\Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha)].$$

Además la función de confiabilidad está dada por:

$$S(t) = e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}. \quad (11)$$

mientras que su función de hazard es:

$$h(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}. \quad (12)$$

Distribución gamma

Una *v. a.* T tiene distribución gamma con parámetros $k > 0$ y $\lambda > 0$, si su *f. d. p.* es de la forma (Bautista Espinosa, 2011):

$$f(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1} e^{-\lambda t}}{\Gamma(k)}, \quad t > 0, \quad (13)$$

donde λ es el parámetro de escala y k parámetro de forma de manera que si denotamos a la distribución $Gamma(\lambda, k)$.

Las funciones de confiabilidad y de hazard involucran a la función gamma incompleta dada por:

$$I(k, x) = \frac{1}{\Gamma(k)} \int_0^x u^{k-1} e^{-u} du. \quad (14)$$

Integrando se puede encontrar la función de confiabilidad:

$$S(t) = 1 - I(k, \lambda t). \quad (15)$$

La función de hazard está dada por

$$h(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1} e^{-\lambda t}}{\Gamma(k)(1-I(k, \lambda t))}. \quad (16)$$

Los fenómenos aleatorios que ocurren en la naturaleza, procesos de producción, problemas sociales, entre otros, con frecuencia no tienen un comportamiento que pueda ser descrito con alguno de los modelos aleatorios anteriores, esto se debe, entre otras causas, a que en la descripción de la población se tengan varios máximos o distribuciones con semejanza a las distribuciones comunes, pero con ciertas diferencias que hacen que una sola distribución no ajuste satisfactoriamente los datos. Por tales razones se requiere de funciones de densidad más flexibles como la mezclas de densidades.

Modelos de mezclas

Los modelos de mezclas finitas son una potente herramienta para describir el comportamiento de las observaciones de algún experimento que puede tener grupos internos que no se pueden describir con las distribuciones clásicas.

Sean $Y_1, \dots, Y_m$, m variables aleatorias con el mismo soporte y vector de parámetros θ_i para $i = 1, \dots, m$, respectivamente. Las mezclas de distribuciones suele realizarse cuando pertenecen a la misma familia, pero proponiendo diferentes parámetros.

Denotando por $f_{Y_i}(\cdot)$ a la función de densidad de la variable aleatoria Y_i para $i = 1, \dots, m$, la función de densidad del modelo de la mezcla finita está dada por:

$$f(y; \theta) = \sum_{i=1}^m \pi_i f_{Y_i}(y; \theta_i), \quad (17)$$

en donde π_i son valores no negativos, llamados pesos de las variables aleatorias, tales que

$$\sum_{i=1}^m \pi_i = 1 \text{ y } \theta = (\pi, \theta_1, \dots, \theta_m) \text{ con } \pi = (\pi_1, \dots, \pi_m).$$

Mezclas de dos componentes de densidad normal con varianzas diferentes

La función de densidad de probabilidad de una mezcla de dos distribuciones normales con varianzas σ_1^2 y σ_2^2 y medias μ_1 y μ_2 está dada por:

$$f(x; \mu_1, \mu_2, \sigma^2) = p f_1(x; \mu_1, \sigma_1^2) + (1 - p) f_2(x; \mu_2, \sigma_2^2). \quad (18)$$

en donde f_1 representa la función de densidad normal y p el peso que se le da a esta función, similarmente f_2 .

Mezclas de dos componentes de densidad exponencial

La función de densidad de probabilidad para la mezcla de dos distribuciones exponenciales estará dada por

$$f(x; \lambda_1, \lambda_2) = p f_1(x; \lambda_1) + (1 - p) f_2(x; \lambda_2), \quad (19)$$

en donde f_1 representa la función de densidad exponencial y p el peso que se le da a esta función, similarmente f_2 .

Mezclas de dos componentes de densidad Weibull

La función de densidad de probabilidad de la mezcla de dos distribuciones Weibull con dos parámetros estará dada por:

$$f(x; \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = pf_1(x; \alpha_1, \beta_1) + (1 - p)f_2(x; \alpha_2, \beta_2) \quad (20)$$

en donde f_1 representa la función de densidad Weibull y p el peso que se le da a esta función, similarmente f_2 .

Con el planteamiento anterior de los modelos de mezclas se puede observar la complejidad del tema al momento de estimar los parámetros. Se han utilizado diferentes métodos para este propósito, uno de ellos es el método de máxima verosimilitud que por sus propiedades genera la mejor estimación de los parámetros en la mayoría de los casos.

Método de máxima verosimilitud para espacios paramétricos continuos

La función de verosimilitud de n variables aleatorias $X_1, \dots, X_n$ está definida como la densidad conjunta de las n variables, es decir, $f(\mathbf{x}; \theta_1, \dots, \theta_m)$, la cual es considerada como una función de $\theta_1, \dots, \theta_m$. En particular, si $X_1, \dots, X_n$ es una muestra aleatoria de densidades $f(\mathbf{x}; \theta_1, \dots, \theta_m)$, entonces la función de verosimilitud es:

$$f(x_1, \dots, x_n; \theta_1, \dots, \theta_m) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta_1, \dots, \theta_m). \quad (21)$$

La función de verosimilitud es una función de $\theta_1, \dots, \theta_m$ y suele utilizarse la notación

$$L(\theta_1, \dots, \theta_m; x_1, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_n; \theta_1, \dots, \theta_m). \quad (22)$$

La función de verosimilitud $L(\theta_1, \dots, \theta_m; x_1, \dots, x_n)$ da la verosimilitud cuando las variables aleatorias asumen un valor particular $x_1, \dots, x_n$. Si se denota por Ω al espacio de parámetros, se tiene que el problema de los estimadores de máxima verosimilitud consiste en determinar el valor de $(\theta_1, \dots, \theta_m) = \boldsymbol{\theta} \in \Omega$, que será denotado por $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, y es tal que maximiza la función de verosimilitud $L(\boldsymbol{\theta}; x_1, \dots, x_n)$. El valor de $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, que maximiza la función de verosimilitud en general es una función de $x_1, \dots, x_n$, es decir,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = g(x_1, \dots, x_m).$$

Cuando lo anterior sucede, la variable aleatoria $\hat{\theta} = g(X_1, \dots, X_m)$ es llamada el estimador de máxima verosimilitud del parámetro θ (EMV de θ).

Método de máxima verosimilitud para los modelos de mezclas finitas

Para determinar los estimadores de máxima verosimilitud de un modelo de mezclas bajo una realización $x_1, x_2, \dots, x_n$ de tamaño n el problema es considerablemente complejo porque la función de verosimilitud o log-verosimilitud están dadas por:

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \pi_i f_{x_i}(x_j; \theta_i), \quad (23)$$

o con la función logaritmo

$$\ell(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n \log\left(\sum_{i=1}^m \pi_i f_{x_i}(x_j; \theta_i)\right). \quad (24)$$

Entonces, el problema de encontrar los valores $\theta = (\pi, \theta_1, \dots, \theta_m)$ con $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$ y $\sum_{i=1}^m \pi_i = 1$ para los que $L(\theta|\mathbf{x})$ o $\ell(\theta|\mathbf{x})$ alcanzan el máximo, es bastante complejo por la gran cantidad de parámetros que se tienen que estimar y es necesario combinar métodos matemáticos y computacionales para tal efecto.

El avance de las computadoras de alta velocidad propició que investigadores centraran su atención en la aplicación del método de máxima verosimilitud, tal es el caso del Vladimirovna Panteleeva *et al.*, (2015), quienes proponen un algoritmo de recorridos basado en el método de Monte Carlo para estimación de parámetros mediante el método de máxima verosimilitud. El algoritmo recude el tiempo en los cálculos y mejora la estimación en la mayoría de los casos frente a otros métodos predeterminados en paquetes computacionales.

Censura

Existen ocasiones en las que sólo se tienen datos completos de la variable de interés T una parte de las n unidades o individuos de la muestra que se desea analizar, mientras que del resto solamente se tiene información parcial o incompleta (Solano Hurtado, 2008) y como consecuencia se dice que gran parte de los datos de la muestra vienen con censura. El primer encuentro del análisis de confiabilidad con la censura se encuentra con el establecimiento o identificación del tipo de experimento que se realizará:

Experimento con censura tipo I. Se aplica cuando se observa a cada individuo en un tiempo $C_i > 0$ fijo de antemano, tal que T_i es observado en el i -ésimo tiempo, si $T_i < C_i$, de otra manera sólo se conoce que $T_i > C_i$.

Experimento con censura tipo II. Se aplica cuando se inicia el estudio de n individuos durante un tiempo, el estudio se termina una vez que la r -ésima falla ocurra. La desventaja que presenta este tipo de censura es que el tiempo total $t(r)$ en que la prueba se ejecutará es aleatorio y se desconoce al principio de la prueba.

Experimento con censura aleatoria. Se asume que cada individuo tiene tiempo de vida T y tiempo de censura C , donde T y C son variables aleatorias continuas e independientes, con función de supervivencia $S(t)$ y $G(t)$ respectivamente, además todos los tiempos de vida y tiempos de censura se asumen mutuamente independientes, además se asume que $G(t)$ no depende de alguno de los parámetros de $S(t)$.

Estimación de la confiabilidad en una empresa proveedora de internet

A principios de 2015, se realizó un estudio de confiabilidad en una empresa proveedora de servicios de internet, la cual ofrece servicios al oriente del Estado de México. Las fallas de las conexiones de los clientes se registraron durante el período comprendido entre junio de 2012 y diciembre de 2014. Los registros de las fallas en la red tienen 1,031 reportes y fueron sometidos a un proceso de depuración empleando censura tipo I en los datos a partir de enero de 2015. Por lo tanto, la base de datos obtenida se redujo a 681 registros de fallas en estas conexiones.

A partir de la base de datos depurada, se buscó el modelo con el mejor ajuste de los datos. Se utilizaron las distribuciones exponencial, Weibull, y gamma, así como las mezclas de dos componentes Normal-Normal, Exponencial-Exponencial y Weibull-Weibull. El criterio de información Akaike (AIC) fue utilizado para elegir el mejor modelo, que se elige con el valor mínimo AIC, Akaike (1974). La estimación de parámetro en las mezclas se hizo con el método de máxima verosimilitud a través del algoritmo de recorridos. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla I.

Tabla I: Valor del AIC en el modelo de mejor ajuste

Distribución	AIC	EMV
Exponencial	3216.5	$\hat{\lambda} = 14.077$
Weibull	3199.3	$\hat{\beta} = 1.190, \hat{\alpha} = 14.917$
Gamma	3201.7	$\hat{\alpha} = 1.297, \hat{\lambda} = 0.093$
Normal-Normal	3249.5	$\hat{p} = 0.539, \hat{\mu}_1 = 21.769, \hat{\sigma}_1 = 108.412, \hat{\mu}_2 = 5.416, \hat{\sigma}_2 = 11.187$
Exponencial-Exponencial	3218.5	$\hat{p} = 0.835, \hat{\beta}_1 = 14.077, \hat{\beta}_2 = 14.085$
Weibull-Weibull	3179.8	$\hat{p} = 0.590, \hat{\beta}_1 = 1.312, \hat{\alpha}_1 = 7.350, \hat{\beta}_2 = 2.835, \hat{\alpha}_2 = 27.566$

Se puede observar en la tabla I que el valor mínimo del AIC se obtiene con la mezcla de funciones Weibull, por lo tanto, la mezcla Weibull-Weibull es el modelo que mejor se ajusta a los datos correspondientes a las fallas en las conexiones a internet de los clientes. Entonces, definiendo a la variable aleatoria T como la cantidad de meses que tiene una conexión instalada al presentar una falla y remplazando los EMV del mejor modelo de ajuste en (20), (3), (5) y (6), se obtienen las estimaciones de las funciones de densidad, confiabilidad y hazard y están dadas por:

$$f(t) = 0.105 \left(\frac{t}{7.350} \right)^{0.312} e^{-\left(\frac{t}{7.350} \right)^{1.312}} + 0.042 \left(\frac{t}{27.566} \right)^{1.835} e^{-\left(\frac{t}{27.566} \right)^{2.835}}$$

$$S(t) = 0.59 e^{-\left(\frac{t}{7.350} \right)^{1.312}} + 0.41 e^{-\left(\frac{t}{27.566} \right)^{2.835}}$$

$$h(t) = 0.105 \left(\frac{t}{7.350} \right)^{0.312} + 0.042 \left(\frac{t}{27.566} \right)^{1.835}.$$

Las gráficas de $f(t)$, $S(t)$ y $h(t)$ se muestran en las figuras 1, 2 y 3 respectivamente.

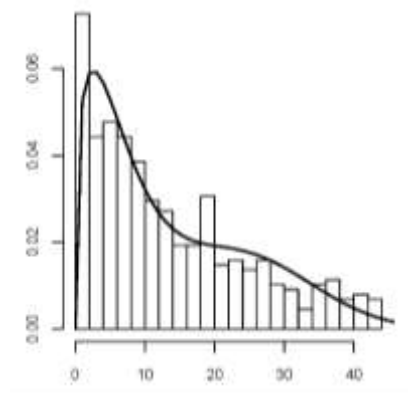


Figura 1. Densidad

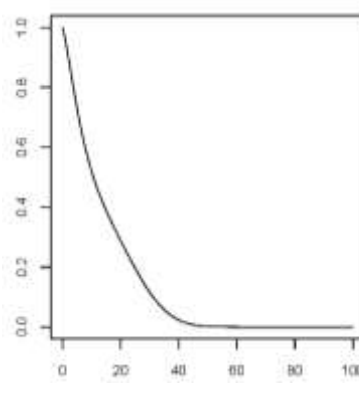


Figura 2. Confiabilidad

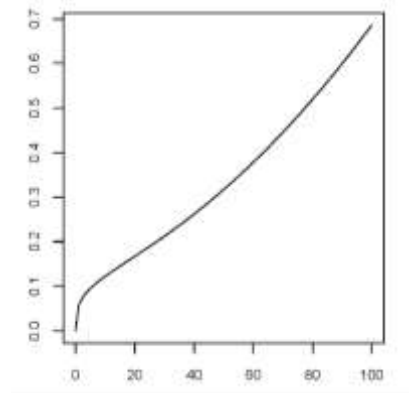


Figura 3. Hazard

Tabla II: Estimación de la función de confiabilidad y de hazard

t	$\hat{S}(t)$	$\hat{h}(t)$
0	1	0
1	0.958	0.057
2	0.902	0.070
3	0.843	0.080
4	0.785	0.088
5	0.730	0.095
6	0.679	0.101
7	0.633	0.107
8	0.591	0.112
9	0.554	0.117
10	0.520	0.122
11	0.489	0.127
12	0.461	0.132
13	0.436	0.136
14	0.412	0.141
15	0.390	0.145
16	0.368	0.150
17	0.348	0.154
18	0.328	0.158
19	0.308	0.163
20	0.289	0.167
21	0.270	0.172
22	0.251	0.176
23	0.232	0.180
24	0.214	0.185
25	0.196	0.189
26	0.179	0.194
27	0.162	0.198
28	0.146	0.203
29	0.131	0.208
30	0.116	0.212
31	0.103	0.217
32	0.090	0.222
33	0.078	0.227
34	0.067	0.232
35	0.058	0.236
36	0.049	0.241

Discusión

En la figura 2 se puede observar una función de confiabilidad decreciente lo cual implica que la probabilidad de que una conexión no falle va disminuyendo conforme pasan los meses después de su instalación. En cuanto a la figura 3, se observa una función de hazard creciente, es decir, la probabilidad de que una conexión presente una falla dado a que no ha fallado en los meses anteriores va aumentando después de su instalación; además esta probabilidad aumenta rápidamente durante los primeros cinco meses después su instalación, aproximadamente.

La tabla II contiene la evaluación puntual de las funciones de confiabilidad y hazard estimadas de las conexiones para los primeros tres años (36 meses) después de su instalación. Se puede observar que la probabilidad de que una conexión no falle, $S(t)$, va disminuyendo conforme transcurre el tiempo como se observaba gráficamente y que en efecto, su riesgo de fallar, $h(t)$, incrementa rápidamente en los primeros cinco meses y después aumenta de manera constante.

Conclusiones

De los seis modelos paramétricos considerados para el ajuste, el modelo que mejor ajustó a los datos disponibles de las fallas de acuerdo al AIC, es la mezcla de dos distribuciones Weibull, seguida de las distribuciones Weibull y gamma. Los parámetros del modelo de mezcla fueron estimados con el método de máxima verosimilitud mediante el algoritmo de recorridos sin presentar algún problema propio del método. Una vez seleccionado el modelo paramétrico que describe los tiempos de fallo de las conexiones, fue posible la estimación de la función de confiabilidad y de hazard.

Una de las ventajas de la estimación de la confiabilidad bajo un modelo paramétrico, mezcla de funciones Weibull, es que se permite estimar la probabilidad de fallo en cualquier mes después de la instalación de la conexión, por ejemplo, la probabilidad de que una conexión no falle después de tres años (36 meses) de su instalación es de 4.9% y después de 5 años es de 0.004%, es decir, la probabilidad de que una conexión falle a los 60 meses de instalada es prácticamente del 100%.

En el desarrollo de la investigación fue posible mostrar una aplicación de los modelos de mezclas finitas de densidades a la confiabilidad de sistemas por medio de datos censurados tipo I. Finalmente, el modelo propuesto se aplicó satisfactoriamente a una empresa de servicios de internet.

Referencias

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identi. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 716-722.
- Bautista Espinosa, R. M. (2011). *Modelos de mezclas en las funciones de supervivencia*. (Tesis Profesional). Texcoco, Estado de México: Universidad Autónoma Chapingo.
- Berman, O., Drezner, Z., & O. Wesolowsky, G. (2003). Structural Safety. *Computers & Operations Research*, 30(11), 1683-1695.
- Breccolotti, M., & Materazzi, A. (2010). Structural reliability of eccentrically-loaded sections in RC columns made of recycled aggregate concrete. *Engineering Structures*, 32(11), 3704-3712.
- García Conde, A. J. (2013). *Análisis de distribuciones estadísticas alternativas a las tradicionales para la optimización de los caudales de cálculo empleados en los estudios hidrológicos*. (Tesis Doctoral). Badajoz, España: Universidad de Extremadura.

Gondres Torné, I., Báez Prieto, R., Lajes Choy, S., & Del Castillo Serpa, A. (2013). Determinación de la contabilidad en interruptores de potencia: caso de estudio. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 21(2), 271-278.

He, X., Zhang, G., Liu, G., & Xie, L. (2014). Reliability assessment calculation of the automobile transmission. *Applied Mechanics and Materials*, 556, 1302-1309.

Hoseinie, S., Khalokakaie, R., Ataei, M., Ghodrati, B., & Kumar, U. (2013). Monte Carlo reliability simulation of coal shearer machine. *International Journal of Performability Engineering*, 9(5), 487-494.

Hoyland, A., & Rausand, M. (1994). *System reliability theory: models and statistical methods statistical methods*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Jung, M., Mitra, J., Z. Pan, D., & Lim, S. (2014). TSV stress-aware full-chip mechanical reliability analysis and optimization for 3D IC. *communications of the acm*, 57(1), 107-115.

Kalbfleisch, J., & Prentice, R. (1980). *The statistical analysis of failure time data*. New York: John Wiley and Sons.

Kalyanakrishnan, M., Iyer, R., & Patel, J. (1999). Reliability of Internet hosts: a case study from the end user's perspective. *Computer Networks*, 31(1), 47-57.

Leiner, B., Cerf, V., Clark, D., Kahn, R., Kleinrock, L., Lynch, D., y otros. (1998). Una breve historia de Internet. *Novática*(130).

M. J., B., & T. C., N. (2012). Reliability analysis of a square solid timber column. *Advances in Applied Science Research*, 3(4), 1997-2004.

Machado Quevedo, A., Pérez Londoño, A., & Ramírez Hassan, A. (2012). Venta cruzada en los fondos de pensiones colombianos: una aproximación mediante análisis de supervivencia. *Estudios Gerenciales*, 28(123), 11-26.

Pérez-Hoyos, S. (1997). *Análisis de Supervivencia*. Valencia, España: Insitituto Valenciano de Estudios en Salud.

Ravi Seckhar, C., Madhu, E., Kanagadurai, B., & Cnangopadnyay, S. (2013). Analysis of travel time reliability of an urban corridor using micro simulation techniques. *Current Science*, 105(3), 319-329.

Shi, P., & Tsai, C.-L. (2002). Regression model selection—a residual likelihood approach. *J. R. Statist. Soc. B.*, 237-252.

Solano Hurtado, H. (2008). *Análisis de supervivencia en fiabilidad. Predicción en condiciones de alta censura y truncamiento: el caso de las redes de suministro de agua potable*. (Tesis Doctoral). Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.

Torres Valle, A., Perdomo Ojeda, M., Fornero, D., & Corcuera, R. (2010). Aplicación de mantenimiento centrado en la confiabilidad a la Central Nuclear de Embalse. *Nucleus*(47), 24-29.

Upadhyay, R., & Johri, P. (2013). Review on software reliability growth models and software release planning. *International Journal of Computer Applications*, 73(12), 1-7.

Van Oort, N. (2014). Incorporating service reliability in public transport design and performance requirements: International survey results and recommendations. *Research in Transportation Economics*, 48, 92-100.

Vladimirovna Panteleeva, O., Gutiérrez González, E., Vauquera Huerta, H., & Villaseñor Alva, J. (2015). Identifiability and Comparison of Estimation Methods on Weibull Mixture Models. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 44(7), 1879-1900.

Voronova, I. (2011). Technique for assessing reliability of insurance companies. *Business, Management And Education*, 9(2), 295-309.

Yifeng, Z., & Rube, X. (2013). Application of Cold Chain Logistics Safety Reliability in Fresh Food Distribution Optimization. *Advance Journal of Food Science and Technology*, 5(3), 356-360.

Zhou, C., Chinnam, R., & Korostelev, A. (2012). Hazard rate models for early detection of reliability problems using information from warranty data bases and upstream supply chain. *Int. J. Production Economics*, 139, 180-195.